Digitalno upravljanje

Žarko Zečević
Elektrotehnički fakultet
Univerzitet Crne Gore

Predavanje 2

Proces odabiranja i rekonstrukcije analognog signala

Ishodi učenja:

Nakon savladavanja gradiva sa ovog predavanja studenti će moći da:

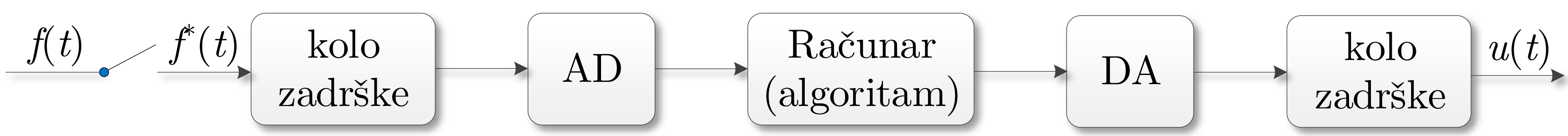
- Naprave vezu između Laplasove i Furijeove transformacije odabranog i originalnog signala
- Formulišu teoremu o odabiranju signala
- Izvrše ekstrapolaciju (rekonstrukciju) originalnog signala pomoću kola zadrške prvog i drugog reda
- Razumiju razliku između ZOH i FOH kola

Modelovanje procesa odabiranja i zadrške

Proces odabiranja i digitalne konverzije signala se fizički sastoji iz nekoliko koraka. Zadatak odabirača je da periodično registruje vrijednosti analognog signala. Registrovane vrijednosti signala se pomoću kola za zadršku zadržavaju jednu periodu vremena, dok A/D konvertor ne izvrši digitalno kodiranje odabranog signala. Na ovaj način se eliminišu varijacije signala na ulazu A/D konvertora i obezbjeđuje preciznije kodiranje.

Nakon obrade, digitalni signal se pomoću D/A konvertora pretvara u diskretne odbirke. Konačno, analogni signal se dobija pomoću kola zadrške, koje na svom izlazu zadržava vrijednost diskretnog signala jednu vremensku periodu, dok na njegov ulaz ne dođe novi odbirak.

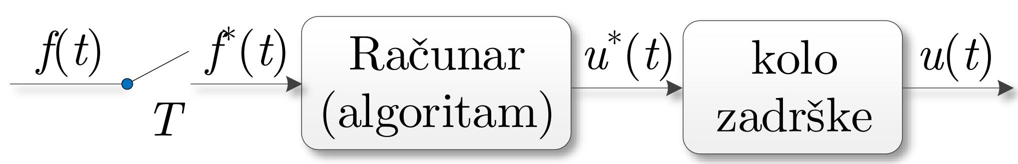
Prethodno opisani postupak je ilustrovan na slici ispod.



Modelovanje procesa odabiranja i zadrške

Da bi vršili analizu i dizajn digitalnih sistema upravljanja potrebno je matematički modelovati proces odabiranja. Kolo zadrške na ulazu A/D konvertora možemo izostaviti iz modela, jer je njegova uloga da spriječi varijacije signala dok se vrši A/D konverzija. Takođe, radi jednostavnosti možemo smatrati da su računaru dostupne tačne vrijednosti odabranog signala, odnosno, možemo zanemariti i funkciju A/D konvertora. Smatraćemo da računar radi direktno sa odbircima (u formi diferencne jednačine), a ne sa digitalnim brojevima. Samim tim, možemo zanemariti i ulogu D/A konvertora, već ćemo smatrati da računar direktno prosljeđuje odbirke signala kolu zadrške.

Pojednostavljena šema procesa odabiranja i rekonstrukcije analognog signala je prikazana na slici ispod.



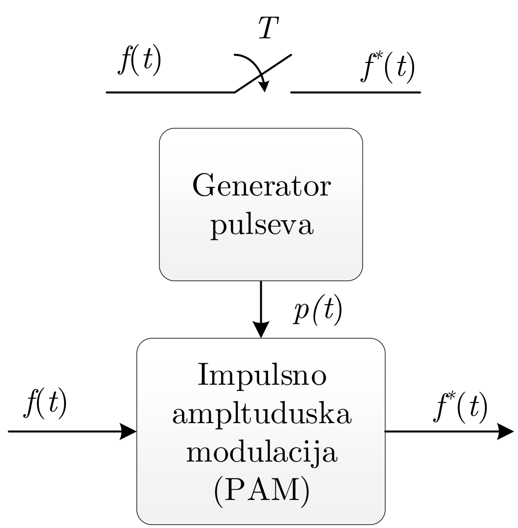
Odabiranje signala

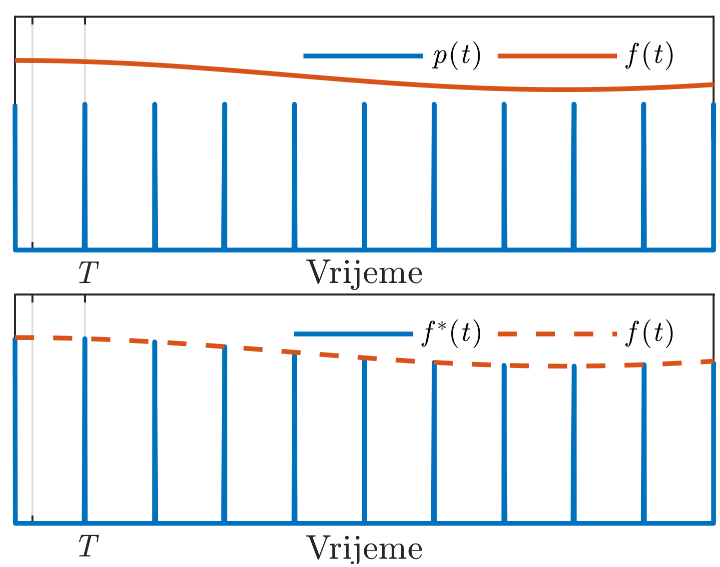
Idealni odabirač je sklop koji vrši registrovanje vrijednosti kontinualnog signala $f(t)$ u ekvidistantnim trenucima vremena nT, gdje T označava periodu odabiranja, dok je n redni broj odbirka. Odabrani signal se matematički može zapisati na sljedeći način:

$$f^*(t) = f(t)p(t) = f(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT),$$

$$\boxed{\delta(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}}$$

gdje $p(t)$ predstavlja povorku periodičnih impulsa, beskonačno malog trajanja.



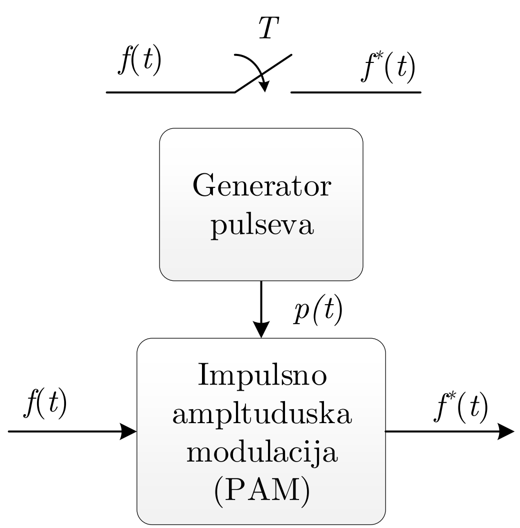


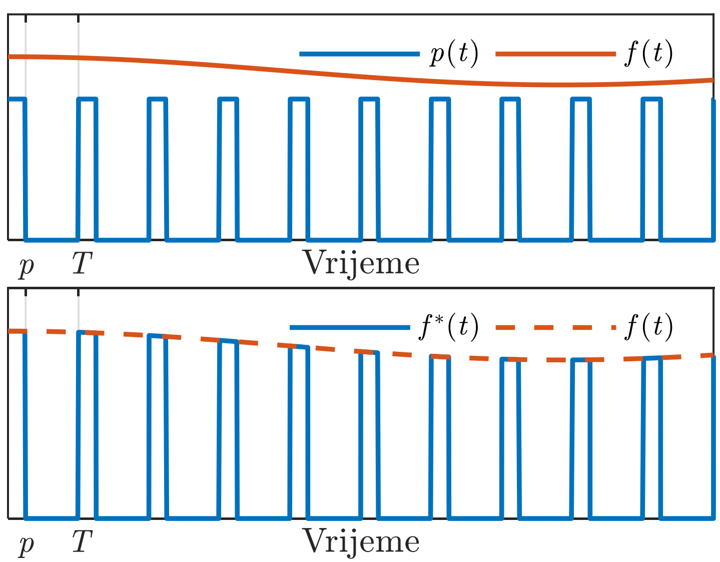
Odabiranje signala

Fizički, nemoguće je generisati impulse beskonačno malog trajanja. Realniji model odabranog signala bi bio:

$$f^*(t) = f(t)p(t) = f(t)\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(h(t-nT)-h(t-nT-p)\right).$$

gdje $p(t)$ predstavlja povorku periodičnih impulsa, trajanja p. Međutim, pod pretpostavkom da je trajanje impulsa p mnogo manje od periode T i da je signal konstantan u toku trajanja impulsa, ovaj model se može svesti na model idealnog odabirača, koji je jednostavniji za analizu.





Odabiranje signala

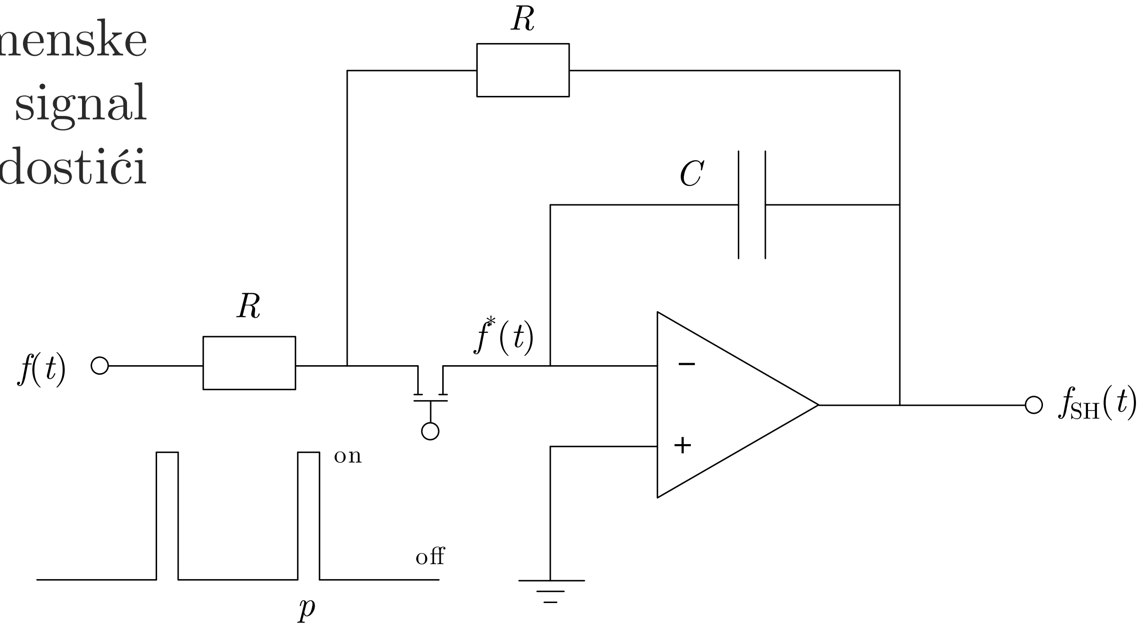
Kolo za odabiranje i zadršku signala se može jednostavno realizovati pomoću operacionih pojačavača i brzih prekidača (FET tranzistor u ovom primjeru). Kada je tranzistor u *on* stanju, tada je izlazni signal definisan sljedećom diferencijalnom jednačinom:

$$\frac{d}{dt} f_{SH}(t) = -\frac{1}{RC}\left(f_{SH}(t) + f(t)\right).$$

$$\boxed{F_{SH} = -\frac{1}{s/a+1}F(s), a = 1/RC}$$

Za malu vrijednost vremenske konstante ($1/RC >> p$), signal $f_{SH}(t)$ će gotovo trenutno dostići vrijednost signala $f(t)$.

Kada je FET u *off* stanju, kondenzator će na izlazu držati zatečeno stanje.



Spektar odabranog signala

Da bi dublje razumjeli proces odabiranja i rekonstrukcije analognog signala, potrebno je odrediti vezu između Laplasovih/Furijeovih transformacija odabranog i analognog signala.

Kako povorka jediničnih impulsa predstavlja periodični signal, ona se može razviti u Furijeov red:

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\Omega_s t}.$$

$$\boxed{\Omega_s = \frac{2\pi}{T}}$$

Koeficijent C_k se određuje na sljedeći način:

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) e^{-jk\Omega_s t} dt.$$

Na intervalu [-$T/2$, $T/2$] funkcija $\delta(t$-$nT)$ je različita od nule samo za n=0, pa je:

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t) e^{-jk\Omega_s t} dt = \frac{1}{T}.$$

Spektar odabranog signala

Odabrani signal se dalje može zapisati na sljedeći način:

$$f^*(t) = f(t)p(t) = \frac{1}{T} f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\Omega_s t}.$$

Konačno, Laplasova transformacija odabranog signala je jednaka:

$$F^*(s) = \mathcal{L}\left\{f^*(t)\right\} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{T} f(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\Omega_s t} e^{-st} dt = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-(s-jn\Omega_s)t} dt$$

Ako sa $F(s)$ označimo Laplasovu transformaciju kontinualnog signala, prethodni izraz se svodi na:

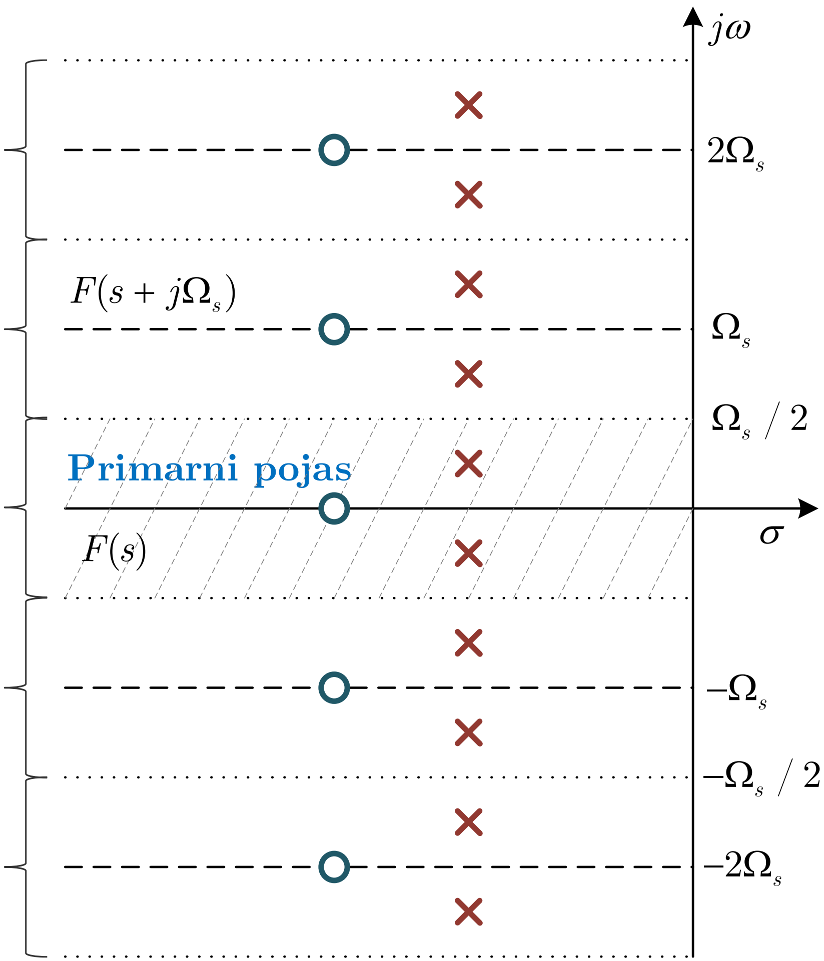
$$\boxed{F^*(s) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(s - jn\Omega_s),}$$

što zapravo predstavlja ključnu osobinu odabranog signala.

Radi jednostavnijeg izvođenja, smatrali smo da je signal $f(t)$ definisan na intervalu od -∞ do $+\infty$. Ukoliko bi signal bio definisan na intervalu $[0,+\infty]$ dobilo bi se sljedeće: $F^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{n=0}^{\infty} F(s - jn\Omega_s) + \frac{1}{2} f(0^+)$.

Spektar odabranog signala

Dakle, Laplasova transformacija odabranog signala $F^*(s)$ predstavlja periodično produženje Laplasove transformacije kontinualnog signala $F(s)$. Ova osobina je ilustrovana na slici ispod.



Šrafiranom površinom je prikazan *primarni pojas* i pretpostavljeni spektar polova i nula funkcije $F(s)$. Laplasova transformacija odabranog signala pored primarnog pojasa sadrži i beskonačno komplamentarnih pojaseva, koji se dobijaju periodičnim pomjeranjem primarnog pojasa. Ukoliko je $F(s)$ takva da se njene vrijednosti mogu zanemariti van primarnog pojasa (za $|\omega|>\Omega_s/2$), tada će ona biti u potpunosti očuvana u funkciji $F^*(s)$ i teorijski gledano, moći će se ekstraktovati.

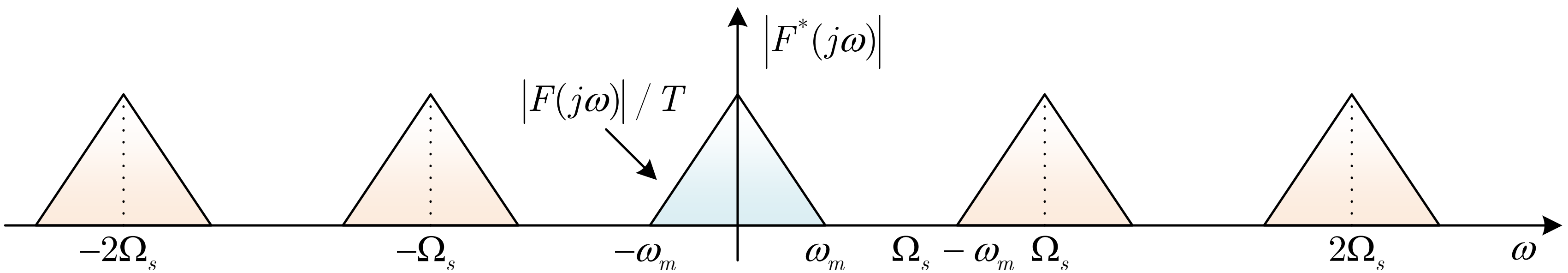
Spektar odabranog signala

Prethodni zaključci se jasnije vide iz Furijeove transformacije odabranog signala. Zamjenom promjenljive s sa $j\omega$ u $F^*(s)$ dobija se Furijeova transformacija odabranog signala:

$$\boxed{F^*(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(j\omega - jn\Omega_s).}$$

Pretpostavimo da je kontinualni signal $f(t)$ takav da je njegov frekvencijski spektar ograničen kružnom frekvencijom ω_m. Posmatrajući sliku ispod možemo zaključiti da je iz spektra odabranog signala moguće rekonstruisati originalni signal, ali pod uslovom da ne dođe do preklapanja periodičnih produžetaka osnovnog spektra. Odnosno, kružna frekvencija odabiranja mora zadovoljiti sljedeći uslov:

$$\boxed{\Omega_s - \omega_m > \omega_m \rightarrow \Omega_s > 2\omega_m}$$



Teorema o odabiranju

Konačno, možemo formulisati teoremu o odabiranju signala. Neka je $f(t)$ signal čiji je frekvencijski spektar ograničen kružnom učestanošću ω_m. Da bi iz odabranog signala mogli u potpunosti rekonstruisati analogni signal, kružnu učestanost odabiranja Ω_s treba odabrati tako da bude bar dva puta veća od ω_m. Odnosno, periodu odabiranja treba usvojiti tako da bude zadovoljen uslov:

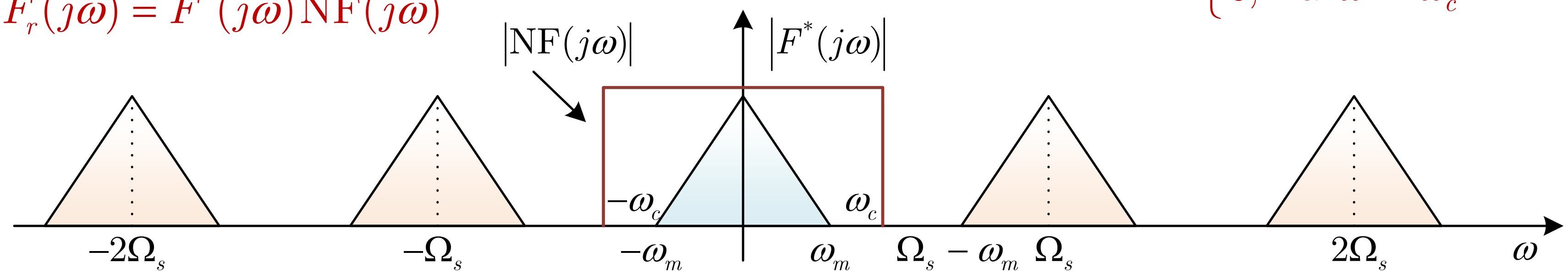
$$\boxed{T < \frac{2\pi}{\Omega_s} = \frac{2\pi}{2\omega_m} = \frac{\pi}{\omega_m}.}$$

Frekvencija $\omega_N = \Omega_s/2$ se zove Nikvistova frekvencija.

Rekonstrukciju analognog signala moguće je izvršiti idealnim niskopropusnim filtrom čija granična učestanost ω_c zadovoljava uslov: $\omega_m < \omega_c < \Omega_s - \omega_m$.

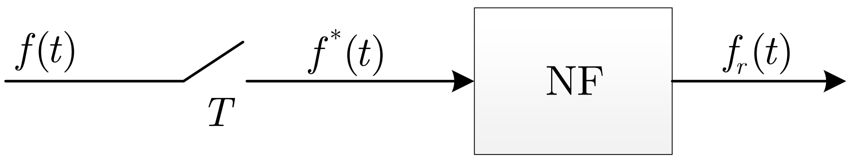
$$\mathrm{NF}(j\omega) = \begin{cases} T, & \text{za } \omega \le \omega_c, \\ 0, & \text{za } \omega > \omega_c. \end{cases}$$

$$F_r(j\omega) = F^*(j\omega)\,\mathrm{NF}(j\omega)$$

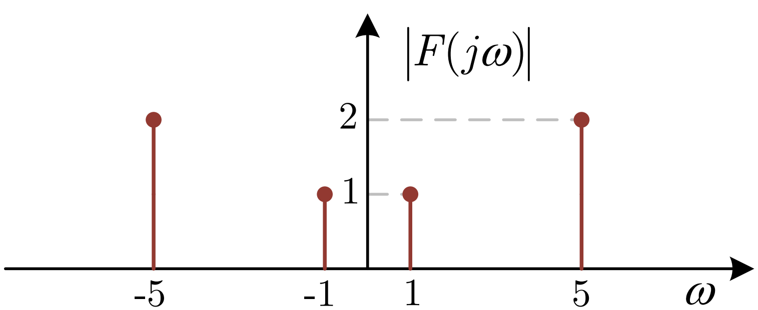


Primjer – odabiranje signala

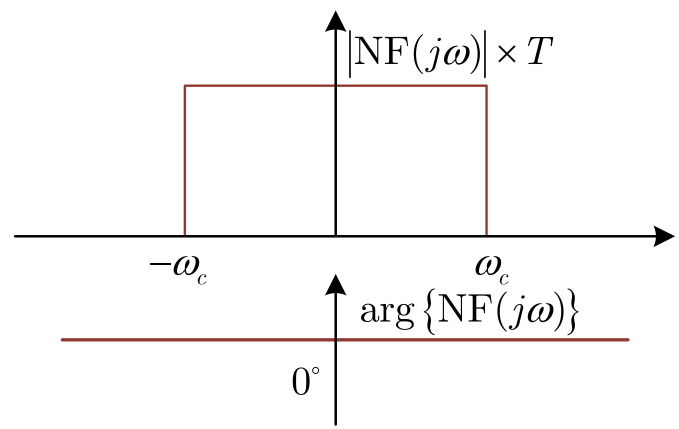
Analogni signal $f(t)=2\cos(t)+4\cos(5t)$ se odabira idealnim odabiračem, sa periodom $T=\pi/4$ s. Nacrtati amplitudski spektar odabranog signala, a zatim odrediti izlaz iz idealnog niskopropusnog filtra čija je granična učestanost 10rad/s. Amplitudska i faza karakteristika NF filtra je prikazana na slici ispod. Kolika treba da bude perioda odabiranja T, da bi bila zadovoljena teorema o odabiranju? Kolika treba da bude granična učestanost NF filtra u tom slučaju?



Na slici ispod je prikazan amplitudski spektar originalnog signala.



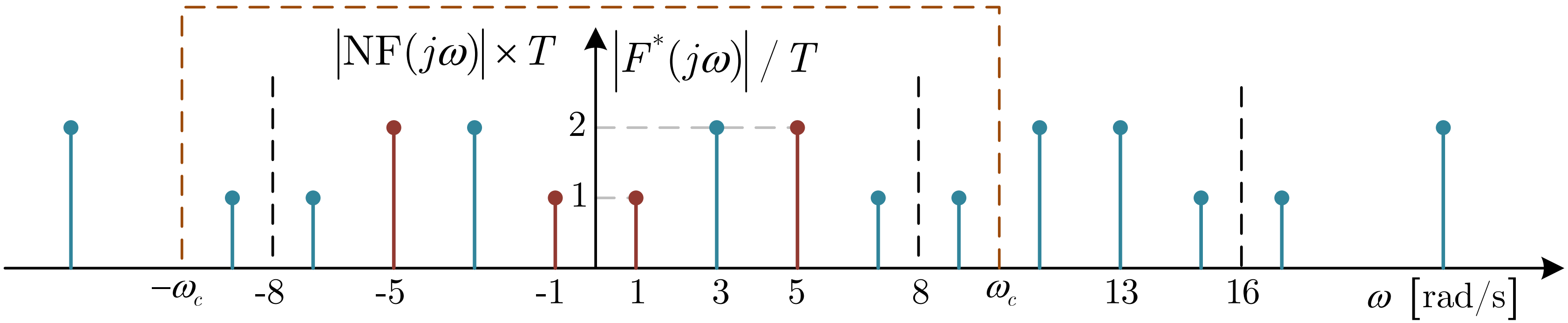
$$\boxed{A\cos\omega_0 t = \frac{A}{2}\left(e^{j\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t}\right)}$$



Spektar odabranog signala predstavlja periodično produženje spektra originalnog signala, sa periodom $\Omega_s = 2\pi / T$.

Primjer – odabiranje signala

Normalizovani spektar odabranog signala (podijeljen sa T) je prikazan ispod.



Kako je granična frekvencija NF filtra jednaka 10 rad/s, na njegovom izlazu ćemo imati sljedeći signal:

$$f_r(t) = 2\cos t + 4\cos(3t) + 4\cos(5t) + 2\cos(7t) + 2\cos(9t).$$

U razmotrenom primjeru perioda odabiranja je previše velika, pa dolazi do preklapanja osnovnog i komplamentarnog spektra, što znači da NF filtrom nećemo moći da izdvojimo osnovni spektar. Da bi bila zadovoljena teorema o odabiranju (da ne bi došlo do preklapanja kompl. spektara), periodu odabiranja treba odabrati na sljedeći način: $T < \pi/\omega_m = \pi/5$. Granična učestanost NF filtra treba da bude u opsegu: 5rad/s$<\omega_c<2\pi/T$-5rad/s.

Rekonstrukcija analognog signala

Problem rekonstrukcije se može posmatrati kao problem filtriranja u frekvencijskom domenu. Naime, pokazali smo da odabiranje signala dovodi do periodičnog produženja spektra signala, i da se analogni signal može idealno rekonstruisati propuštanjem diskretnog signala kroz idealni niskopropusni filtar:

$$F_r(j\omega) = F^*(j\omega)\,\mathrm{NF}(j\omega).$$

Prethodni izraz se može zapisati kao konvolucija u vremenskom domenu:

$$f_r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(\tau)\,\mathrm{NF}(t-\tau)\,d\tau = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\,\mathrm{NF}(t-kT).$$

Međutim, može se pokazati da je impulsni odziv idealnog NF filtra beskonačan i nekauzalan:

$$\mathrm{NF}(t) = \frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t} = \frac{\omega_c}{\pi}\,\mathrm{sinc}(\omega_c t),$$

što znači da njime ne možemo izvršiti rekonstrukciju analognog signala u realnom vremenu (potrebno je poznavati sve buduće odbirke signala).

Rekonstrukcija analognog signala

U sistemima automatskog upravljanja za rekonstr. signala se koriste kola zadrške, zbog svoje jednostavne implementacije. Posmatrajmo analogni signal $f(t)$, odnosno njegov razvoj u Tejlorov red u okolini tačke nT:

$$f(t) = f(nT) + f'(nT)(t - nT) + \frac{1}{2} f''(nT)(t - nT)^2 + \cdots.$$

Funkciju $f(t)$ na intervalu između trenutaka nT i $nT+T$ na najprostiji način možemo aproksimirati tako što ćemo uzeti samo prvi član iz Tejlorovog razvoja, odnosno:

$$f_r(t) = f(nT), \text{za } nT < t < nT + T.$$

Ovakav postupak rekonstrukcije, odnosno uređaj koji implementira ovaj postupak, se naziva kolo zadrške nultog reda (Zero Order Hold, ZOH). Slično, ukoliko u proces rekonstrukcije uključimo i drugi član Tejlorovog reda, dobićemo sljedeće:

$$f_r(t) = f(nT) + f'(nT)(t - nT), \text{za } nT \leq t < nT + T.$$

Kolo kojim se implementira prethodno opisani postupak se naziva kolo zadrške prvog reda (First Order Hold, FOH).

Rekonstrukcija analognog signala

Primijetimo da je za rekonstrukciju pomoću FOH-a potrebno poznavati vrijednost prvog izvoda signala $f(t)$ u tački nT. On se može aproksimirati koristeći pravilo diferenciranja unazad, odnosno:

$$f^{'}(nT) = \frac{f(nT) - f(nT - T)}{T}.$$

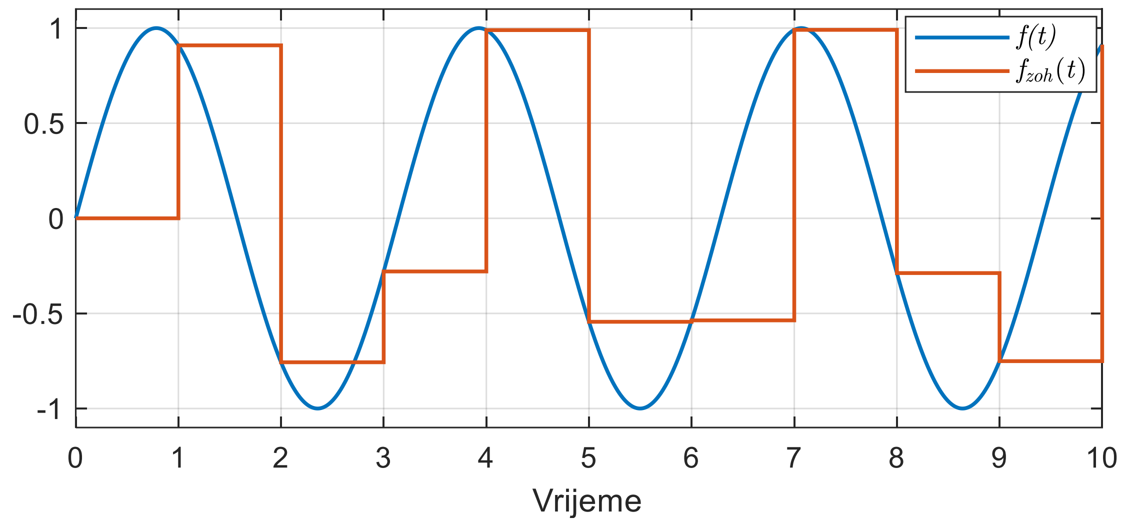
Uvrštavajući prethodni izraz u Tejlorov polinom, dobija se konačna formula za FOH rekonstrukciju:

$$f_r(t) = f(nT) + \frac{f(nT) - f(nT - T)}{T}(t - nT), \text{za } nT < t < nT + T.$$

Upoređujući ZOH i FOH može se primijetiti je ZOH postupak jednostavniji i da za rekonstrukciju signala na intervalu $[nT,\ nT{+}nT)$ zahtijeva samo poznavanje odbirka signala u tekućem trenutku, odnosno u trenutku nT. Sa druge strane, sa povećavanjem broja članova Tejlorovog polinoma dobijaće se sve tačnija rekonstrukcija, ali je potrebno pamtiti i odbirke iz prethodnih trenutaka.

Kolo zadrške nultog reda

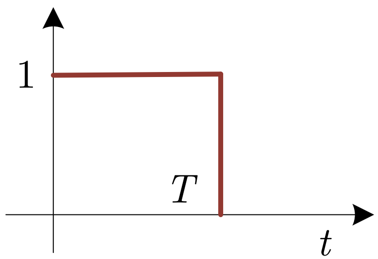
Princip rada ZOH kola je ilustrovan na slici ispod. Dakle, ZOH kolo na svom izlazu, u toku intervala $[nT,\ nT{+}nT)$, zadržava vrijednost signala $f(nT)$, dok na njegov ulaz ne dođe sljedeći odbirak $f(nT{+}T)$.



Jasno je da se tačnost rekonstrukcije povećava sa smanjenjem periode odabiranja T ($T{=}1s$ u ovom primjeru). Tačnost ZOH metode se može analizirati i u frekvencijskom domenu. Najprije treba odrediti impulsni odziv ZOH kola, na osnovu kojeg dalje određuje njegova funkcija prenosa i crta frekvencijska karakteristika.

Kolo zadrške nultog reda

Odziv ZOH kola na jedinični impuls $\delta(n)$ je prikazan na slici.



Impulsni odziv se analitički može zapisati u sljedećem obliku:

$$g_{zoh}(t) = h(t) - h(t-T).$$

Funkcija prenosa ZOH je jednaka Laplasovoj transformaciji impulsnog odziva:

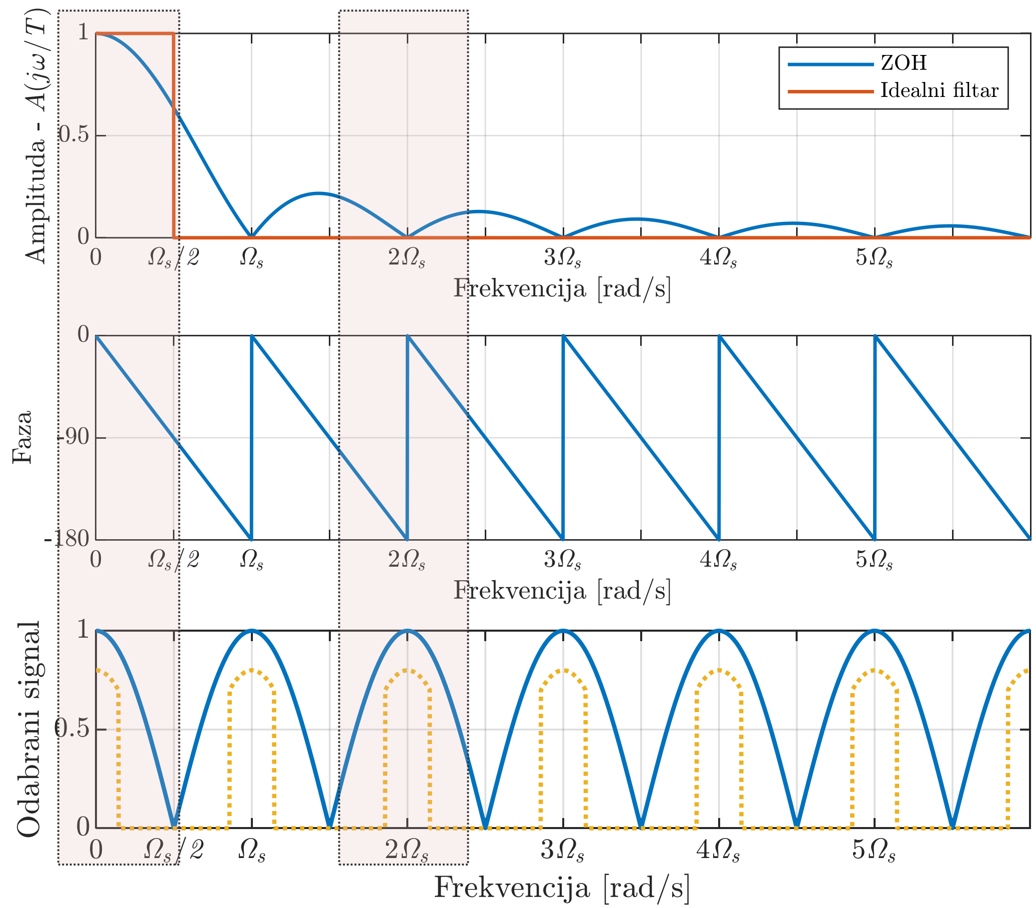
$$G_{zoh}(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s},$$

dok je frekvencijska karakteristika jednaka:

$$\begin{aligned} G_{zoh}(j\omega) &= \frac{1}{j\omega}\left(1-e^{-j\omega T}\right) \\ &= T\frac{\sin\left(\omega T/2\right)}{\omega T/2}e^{-j\frac{\omega T}{2}} \end{aligned} \quad \to \quad \begin{cases} A_{zoh}(\omega) = \left|G_{zoh}(j\omega)\right| = T\left|\dfrac{\sin\left(\omega T/2\right)}{\omega T/2}\right|, \\ \varphi_{zoh}(\omega) = \measuredangle G_{zoh}(j\omega) = \measuredangle \dfrac{\sin\left(\omega T/2\right)}{\omega T/2} - \omega T/2. \end{cases}$$

Kolo zadrške nultog reda

Frekvencijska karakteristika ZOH kola je prikazana na slici ispod ($T{=}2\pi/\Omega_s$). Na slici su takođe prikazani i amplitudski spektri dva diskretna signala. Spektar prvog signala je ograničen Nikvistovom frekvencijom $\Omega_s/2$, dok je spektar drugog signala manji od $\Omega_s/2$.



Kolo zadrške nultog reda

Pod pretpostavkom da je signal odabran sa periodom $T=2\pi/\Omega_s$ i da spektar signala nije veći od $\Omega_s/2$, potpunu rekonstukciju signala bi mogli izvršiti idealnim filtrom čija je amplitudska karakteristika ravna na opsegu $[0, \Omega_s/2]$, odnosno jednaka nuli na ostalim frekvencijama. Na ovaj način bi osnovni spektar signala bio propušten, a svi njegovi periodični produžeci bi bili poništeni, pa bi na izlazu dobili bez greške rekonstruisan analogni signal. Sa druge strane, karakteristika ZOH kola na opsegu $[0, \Omega_s/2]$ nije ravna, a pored toga ima i bočne latice čija amplituda opada sa rastom frekvencije. To znači da će ZOH kolo pored osnovnog spektra koji će izobličiti, propustiti i dio periodičnih produžetaka. Rezultat svega ovoga je nepravilno rekonstruisan analogni signal, odnosno signal koji ima stepenasti oblik u vremenskom domenu.

Ako bi spektar signala bio ograničen učestanošću koja je mnogo manja od polovine frekvencije odabiranja $\Omega_s/2$, tada bi osnovni dio spektra „padao“ u blizini 0 rad/s, gdje je karakterstika dosta ravna, dok bi se periodični produžeci nalazili u okolini frekvencije $k\Omega_s$ (-∞ dB), pa bi samim tim bili bolje filtrirani. Drugim riječima, smanjivanjem periode odabiranja poboljšavamo proces rekonstrukcije analognog signala.

Kolo zadrške prvog reda

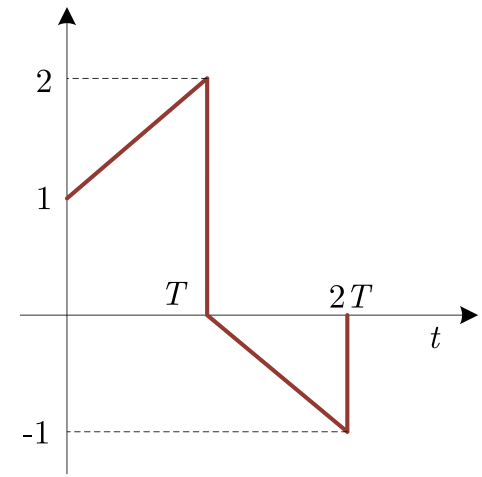
FOH kolo generiše analogni signal na osnovu sljedećeg pravila:

$$f_r(t) = f(nT) + \frac{f(nT) - f(nT - T)}{T}(t - nT), \text{za } nT < t < nT + T,$$

odakle se može odrediti njegov impulsni odziv, prikazan na slici ispod. Na osnovu grafičkog prikaza impulsnog odziva, možemo zapisati i njegov matematički oblik:

$$g_{foh}(t) = \left[1 + \frac{t}{T}\right]\left[h(t) - h(t - T)\right] + \left[1 - \frac{t}{T}\right]\left[h(t - T) - h(t - 2T)\right]$$

$$= h(t) - 2\frac{t}{T}h(t - T) + \frac{t}{T}h(t - 2T).$$

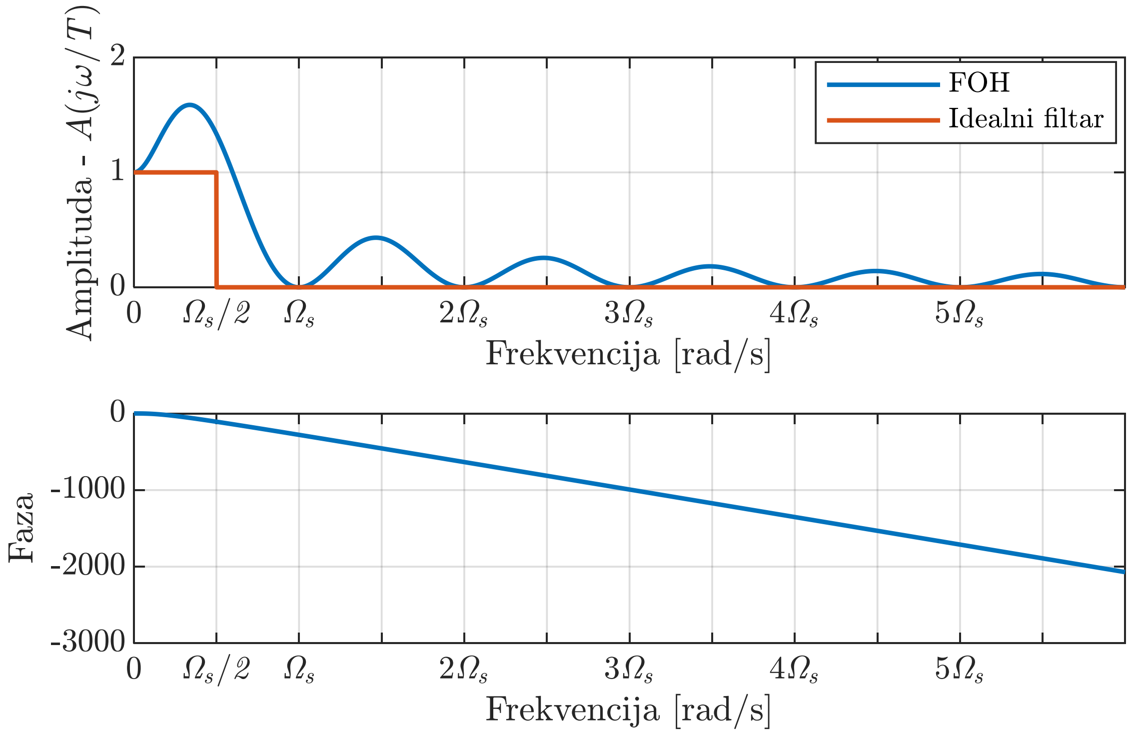


Primjenom osobina Laplasove transformacije i sređivanjem prethodnog izraza dobija se funkcija prenosa FOH kola:

$$G_{foh}(s) = \frac{Ts + 1}{Ts^2}\left(1 - e^{-sT}\right)^2.$$

Kolo zadrške prvog reda

Na slici je prikazana frekvencijska karakteristika FOH kola. Sa FOH-om se može postići veća tačnost za male periode odabiranja, dok sa veće periode FOH ne daje značajno bolje rezultate od ZOH kola. Pored toga, FOH je komplikovaniji za implementaciju. Zbog dvostrukog integratora FOH ima negativniju faznu karekteristiku od ZOH-a, pa je sisteme sa povratnom spegom koji koriste FOH teže ustabiliti.



Primjer – frekvencijska karakteristika ZOH-a

```
close all
s=tf('s');T=1; w=0:0.01:7*2*pi;
[A fi]=bode(1/s*(1-exp(-s*T)),w);
% [A fi]=bode((T*s+1)/s^2*(1-exp(-s*T))^2,w);
subplot(2,1,1)
plot(w,A(:),'linewidth',1.2)
axis([0 7*2*pi 0 1])
set(gca,'TickLabelInterpreter','Latex')
xticks([0:pi:7*2*pi])
xticklabels({'0' '$\it{\Omega_s/2}$' '$\it{\Omega_s}$' '' '$2\it{\Omega_s}$' ''
'$3\it{\Omega_s}$' '' '$4\it{\Omega_s}$' '' '$5\it{\Omega_s}$' ''
'$6\it{\Omega_s}$' ''}), grid
l=ylabel('Amplituda - $A(\it{j\omega}/\it{T})$'),set(l,'interpreter','latex')
l=xlabel('Frekvencija [rad/s]'), set(l,'interpreter','latex'), hold on
Id=heaviside(w)-heaviside(w-pi/T); Id(1)=1;
plot(w,Id,'linewidth',1.2)
l=legend('ZOH','Idealni filtar'), set(l,'interpreter','latex')
subplot(2,1,2)
plot(w,(fi(:)),'linewidth',1.2),grid, axis([0 w(end) -180 0])
set(gca,'TickLabelInterpreter','Latex')
xticks([0:pi:7*2*pi])
xticklabels({'0' '$\it{\Omega_s/2}$' '$\it{\Omega_s}$' '' '$2\it{\Omega_s}$' ''
'$3\it{\Omega_s}$' '' '$4\it{\Omega_s}$' '' '$5\it{\Omega_s}$' ''
'$6\it{\Omega_s}$' ''})
l=ylabel('Faza'), set(l,'interpreter','latex')
l=xlabel('Frekvencija [rad/s]'), set(l,'interpreter','latex')
```

Primjer – odabiranje signala

Za zadatu sekvencu diskretnog signala nacrtati izlaz iz ZOH i FOH kola. Perioda odabiranja je 0.5s.

Izlazi iz ZOH i FOH kola su prikazani na slikama desno. ZOH kolo generiše analogni signal po formuli:

$$f_r(t) = f(nT), \text{za } nT \le t < nT + T,$$

što se svodi na zadržavanje odbirka zatečenog u trenutku nT u toku naredne periode $[nT, nT+T)$.

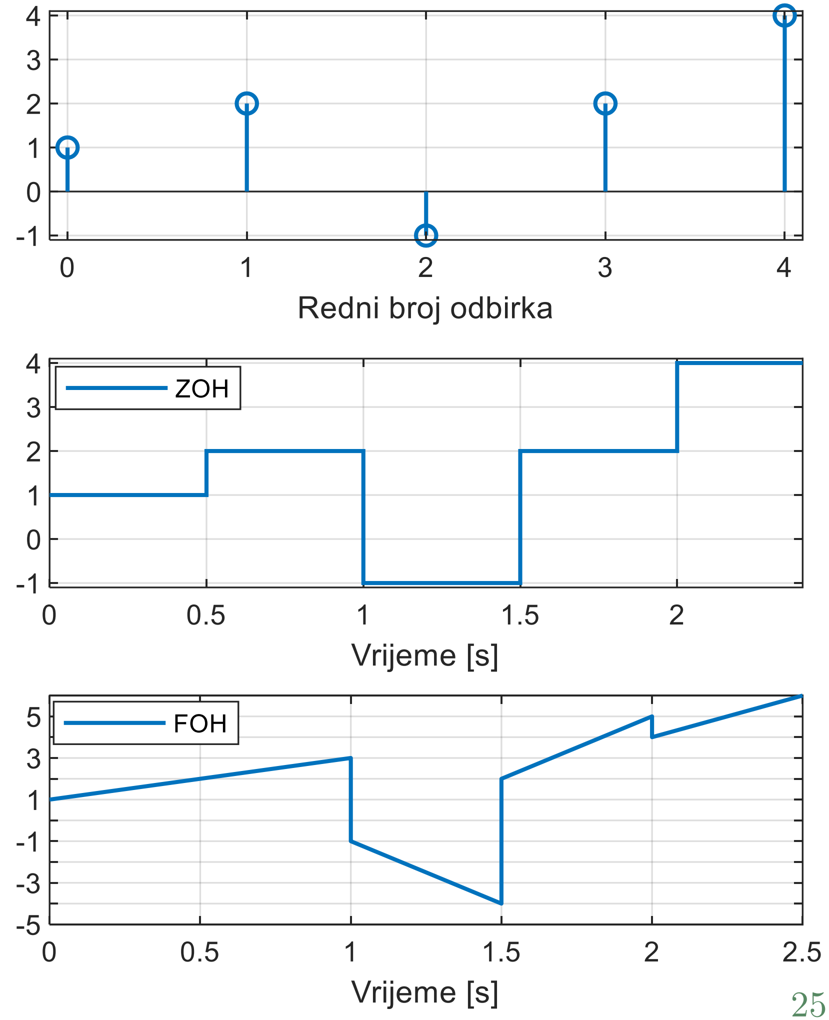
Na intervalu $[nT, nT+T)$ FOH kolo generiše analogni signal na sljedeći način:

$$f_r(t) = f(nT) + \frac{f(nT) - f(nT-T)}{T}(t - nT).$$

Na primjer, za $n=0$, $f_r(t)$ je jednako:

$$f_r(t) = f(0) + \frac{f(0) - f(-1)}{0.5}(t - 0)$$

$$= 1 + \frac{1-0}{0.5}t = 1 + 2t.$$

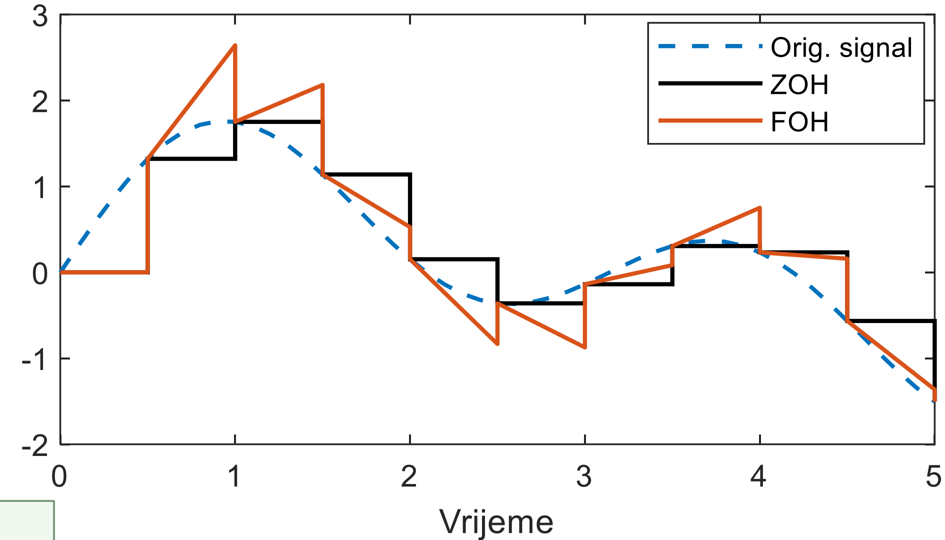


Primjer – Simulink 1

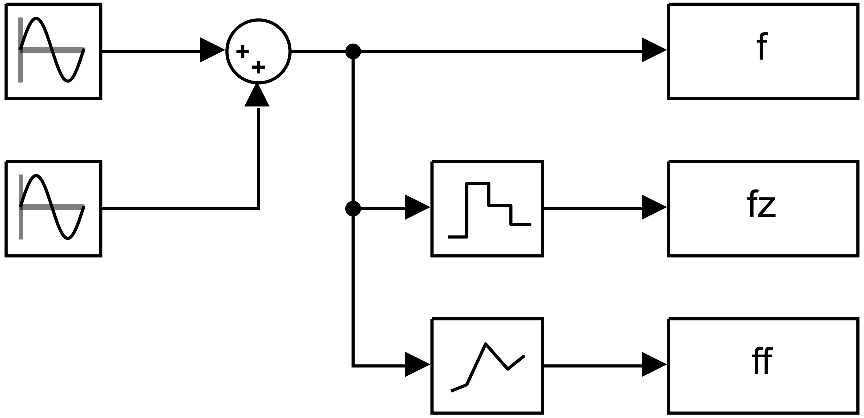
U Simulinku generisati signal

$$f(t)=\sin(t)+\sin(2t).$$

Diskretizovati signal sa periodom $T=0.5$s, a zatim rekonstruisati analogni signal pomoću ZOH i FOH kola. Skicirati i uporediti sve signale. Komentarisati tačnost ZOH i FOH kola.

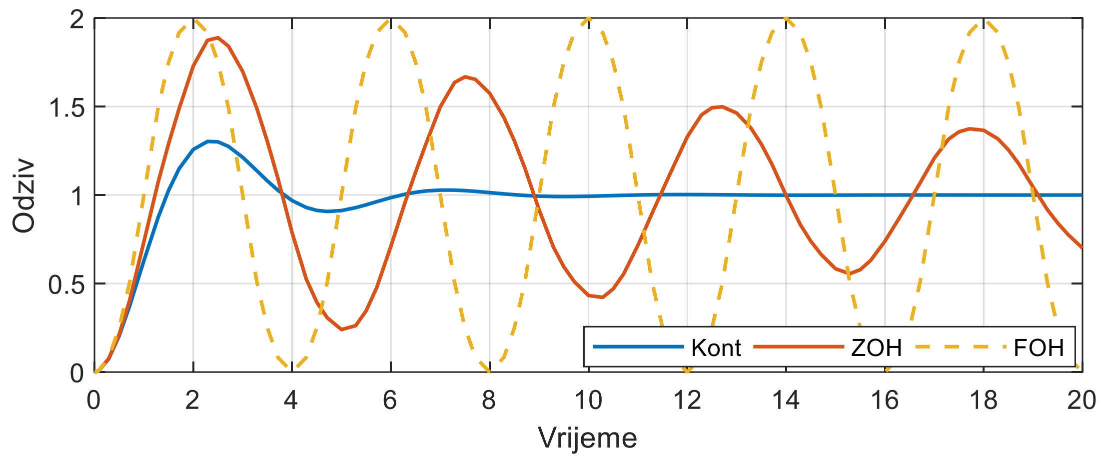


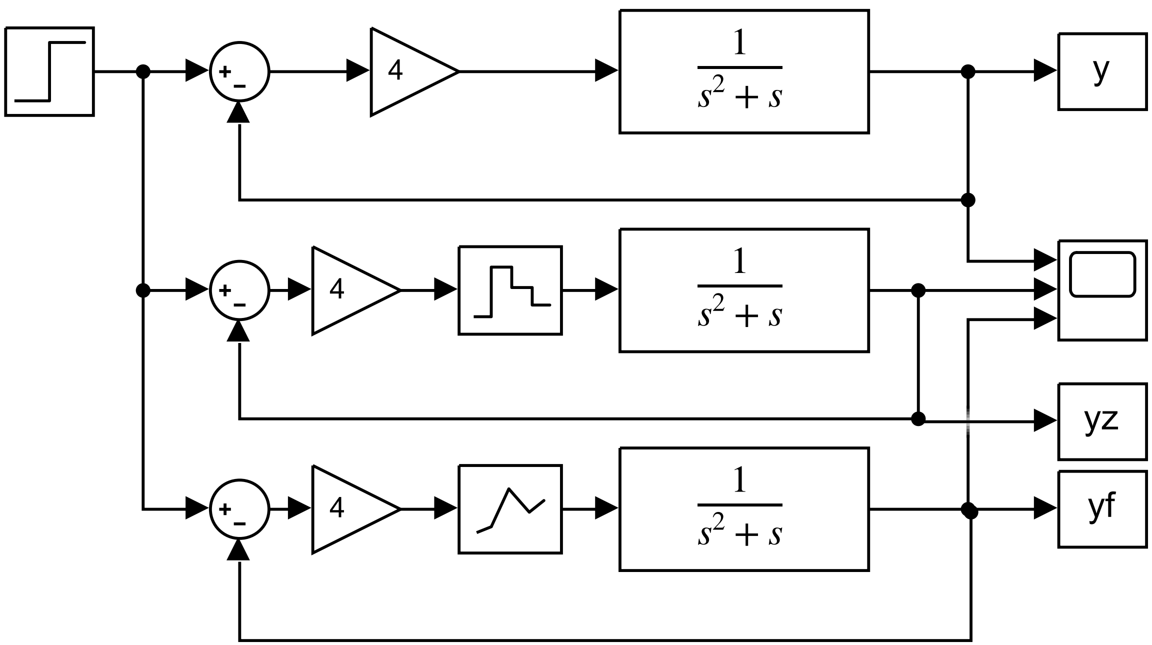

```
close all
sim('ps1.slx')
T=0.5;
plot(f.Time,f.Data,'--
','linewidth',1.2)
hold on
stairs(fz.Time,fz.Data,'k','linewidth
',1.2)
plot(ff.Time,ff.Data,'linewidth',1.2)
xlabel('Vrijeme')
legend('Orig. signal','ZOH','FOH')
```



Primjer – Simulink 2

U ovom primjeru je u Simulinku simuliran kont. sistem uprav. sa povratnom spregom i dva diskretna sistema. Perioda odabiranja je jednaka 0.8 sekundi. Za rekonstrukciju se u jednom slučaju koristi ZOH kolo, a u drugom slučaju FOH. Kako je perioda odabiranja velika, diskretni sistemi nijesu u mogućnosti da vjerno oponašaju dinamiku kontinualnog sistema uprav. Štaviše, diskretni SAU-a sa FOH-om je nestabilan, zbog velikog faznog kašnjenja koje unosi ovo kolo.

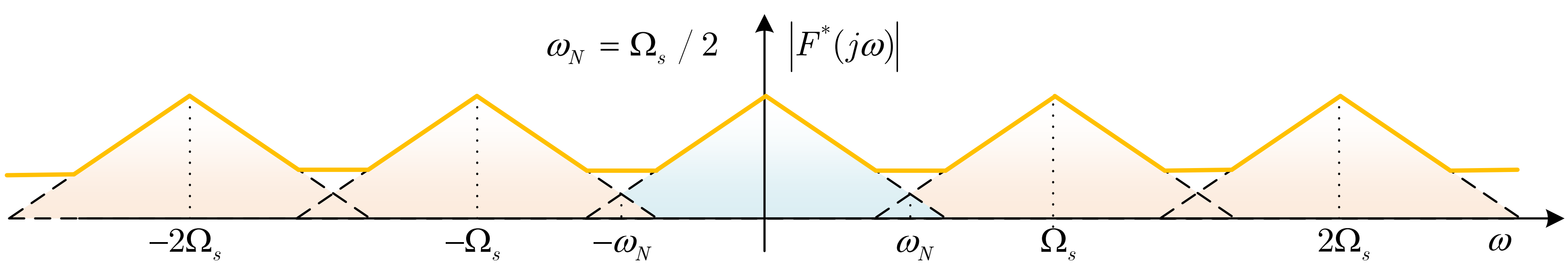




Aliasing efekat

U praksi signali nemaju ograničen frekvencijski spektar, ali postoji neka učestnost ω_m iznad koje je spektar može zanemariti. Ukoliko je spektar signala širi od Nikvistove frekvencije ω_N, tada će doći do preklapanja osnovnog i komplamentarnih spektara, i distorzije signala. Odnosno, komponente signala čija je učestanost veća od ω_N će se preslikati u osnovni dio spektra. Ovaj fenomen je poznat pod nazivom *aliasing efekat*.

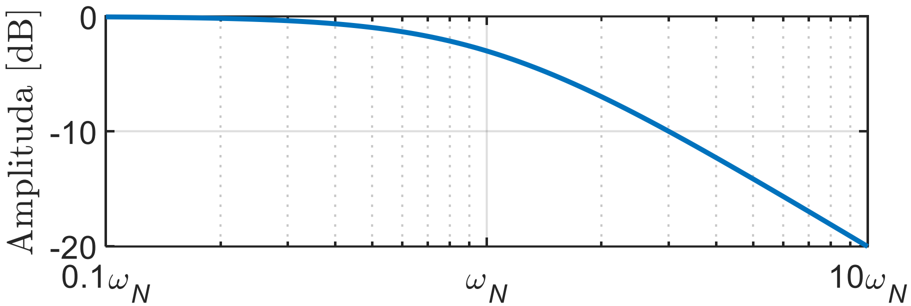
Da bi se spriječio aliasing efekat izmjereni signal se najprije filtrira niskopropusnim filtrom granične učestansti ω_N, čime se odsijeca visokofrekventni dio signala, a nakon toga se vrši odabiranje signala. Pomenuti filtar se u literaturi naziva *anti-aliasing filtar*. S obzirom da se idealni NF filtar ne može fizički realizovati, kao njegova zamjena se koriste Butterworth-ovi, Eliptički ili Čebiševljevi NF filtri.



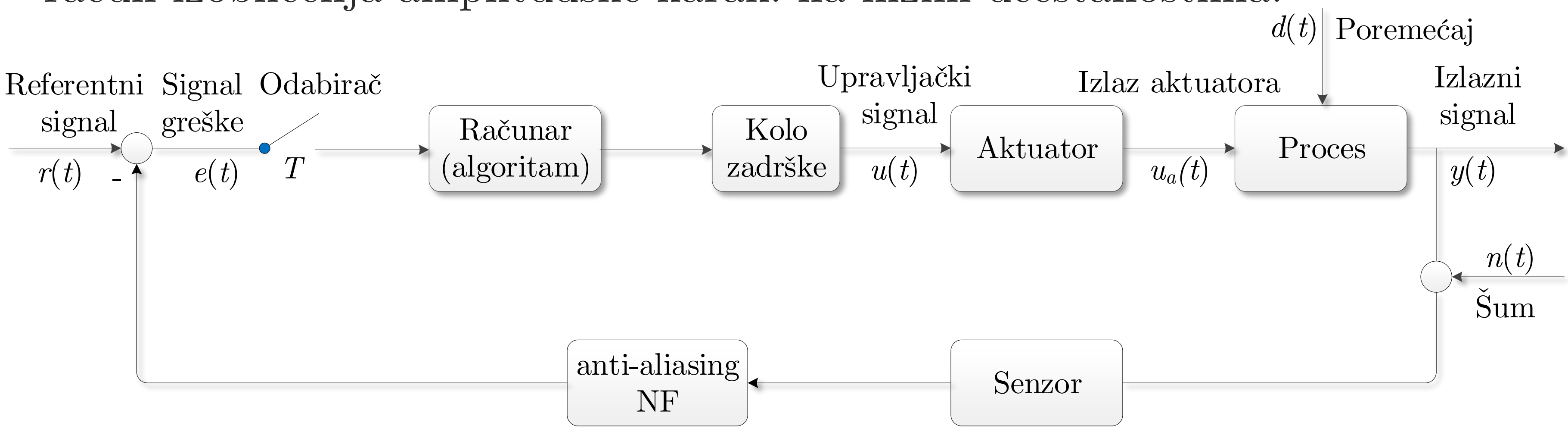
Aliasing efekat

Na primjer, funkcija prenosa Butterworth-ovog filtra prvog reda je:

$$H_b(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega_N} + 1}.$$



Na slici desno je prikazana amplitudska karakteristika ovog filtra. Strmija karakteristika se može postići povećavanjem reda filtra, ali na račun izobličenja amplitudske karak. na nižim učestanostima.



Filtriramo sve što je veće od $\omega_N = \Omega_s/2$